

# Matematyka z kluczem

Szkoła podstawowa, klasy 4–8

## Plan wynikowy z rozkładem materiału

Klasa 8



Plan wynikowy z rozkładem materiału, klasa 8  
(strona 1 z 18)

# Matematyka z kluczem

## Plan wynikowy z rozkładem materiału

### Klasa 8

Uwaga! W kolumnie 4. Punkty z podstawy programowej z dnia 28 czerwca 2024 r. numery rzymskie (np. I.2) stanowią odniesienie do treści podstawy programowej dla klas 4–6, a numery rzymskie z literą f (np. If.1) – do treści tej podstawy dla klas 7–8, czyli etapu formalnego.

**Materiał zawarty w wierszach 42–44 (Długość okręgu, Pole koła, Długość okręgu i pole koła – zadania) obowiązuje na egzaminie ósmoklasisty. Może być zrealizowany przed działem „POWTÓRZENIE WIADOMOŚCI ZE SZKOŁY PODSTAWOWEJ” lub po tym powtórzeniu.**

Lp.	Temat lekcji	Liczba godzin	Punkty podstawy programowej z dnia 28 czerwca 2024 r.	Wymagania podstawowe	Wymagania ponadpodstawowe
Dział I. STATYSTYKA I PRAWDOPODOBIENSTWO (14 godzin)					
1.	Diagramy i wykresy	2	Uczeń: XIIIIf.1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych.	Uczeń: • odczytuje dane przedstawione w tekstach i tabelach oraz na diagramach • interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach oraz na diagramach i prostych wykresach • odczytuje wartości z wykresu, wartość największą, wartość najmniejszą	Uczeń: • interpretuje dane przedstawione na nietypowych wykresach • tworzy tabele, diagramy i wykresy • opisuje zjawiska przedstawione w tekstach, tabelach oraz na diagramach i wykresach, określając przebieg zmiany wartości danych
2.	Średnia arytmetyczna	2	Uczeń: XIIIIf.3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.	Uczeń: • oblicza średnią arytmetyczną zestawu liczb • oblicza średnią arytmetyczną w prostych zadaniach	Uczeń: • oblicza średnią arytmetyczną w sytuacjach nietypowych • porządkuje dane i oblicza medianę • oblicza średnią arytmetyczną i medianę, korzystając z danych przedstawionych w tabeli lub na diagramie • rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące średniej arytmetycznej

3.	Zbieranie i porządkowanie danych	2	Uczeń: XIII.1) gromadzi i porządkuje dane; XIII.2) tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł.	Uczeń: • planuje sposób zbierania danych • zapisuje i porządkuje dane (np. wyniki ankiety) • opracowuje dane (np. wyniki ankiety)	Uczeń: • dobiera sposoby prezentacji wyników np. ankiety • interpretuje wyniki zadania pod względem wpływu zmiany danych na wynik
4.	Czy statystyka mówi prawdę	1	Uczeń: XIII.1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych.	Uczeń: • porównuje wartości przedstawione na wykresie liniowym lub diagramie słupkowym, zwłaszcza w sytuacji, gdy oś pionowa nie zaczyna się od zera • ocenia poprawność wnioskowania w przykładach typu „ponieważ każdy, kto spowodował wypadek, mył ręce, to znaczy, że mycie rąk jest przyczyną wypadków”	Uczeń: • ocenia, czy wybrana postać diagramu lub wykresu jest dostatecznie czytelna i nie będzie wprowadzać w błąd • tworząc diagramy słupkowe, grupuje dane w przedziały o jednakowej szerokości
5.	Proste doświadczenia losowe	3	Uczeń: XIII.1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania; XIII.2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.	Uczeń: • przeprowadza proste doświadczenia losowe • oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania • oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych doświadczeniach losowych	Uczeń: • stosuje w obliczeniach prawdopodobieństwa wiadomości z innych działów matematyki (np. liczba oczek będąca liczbą pierwszą) • oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń określonych przez kilka warunków • rozwiązuje bardziej złożone zadania dotyczące prostych doświadczeń losowych
6.	Powtórzenie, sprawdzian, poprawa sprawdzianu	4			
<b>Dział II. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE I RÓWNANIA (15 godzin)</b>					
7.	Liczby na osi liczbowej	2	Uczeń: I.2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej; III.2. interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej;	Uczeń: • zaznacza na osi liczbowej liczby naturalne i całkowite, ułamki zwykłe i dziesiętne	Uczeń: • zapisuje warunek, który spełniają liczby zaznaczone na osi w postaci przedziału jednostronnie nieskończonego

			<p>IV.7) zaznacza ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej;</p> <p>Xf.1) zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki jak <math>x \geq 1,5</math> lub taki jak <math>x &lt; -\frac{4}{7}</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje liczby naturalne i całkowite, ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej</li> <li>• zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki jak <math>x &lt; 5</math> lub <math>x \geq -2,5</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje najmniejszą lub największą liczbę całkowitą należącą lub nie należącą do danego zbioru</li> </ul>
8.	Wyrażenia algebraiczne	3	<p>Uczeń:</p> <p>III f.1) zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażen algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;</p> <p>III f.2) oblicza wartości liczbowe wyrażen algebraicznych;</p> <p>III f.3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażen algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;</p> <p>III f.4) zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażen algebraicznych jak w przykładzie: Bartek i Grześ zbierali kasztany. Bartek zebrał <math>n</math> kasztanów, Grześ zebrał 7 razy więcej. Następnie Grześ w drodze do domu zgubił 10 kasztanów, a połowę pozostałych oddał Bartkowi. Ile kasztanów ma teraz Bartek, a ile ma Grześ?</p> <p>IV f.1) porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne (tzn. różniące się jedynie współczynnikiem liczbowym);</p> <p>IV f.2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, redukując wyrazy podobne;</p> <p>IV f.3) mnoży sumę algebraiczną przez jednomian dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażen algebraicznych jednej lub kilku zmiennych (w najprostszych przypadkach)</li> <li>• oblicza wartości liczbowe wyrażen algebraicznych</li> <li>• zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażen algebraicznych jednej lub kilku zmiennych</li> <li>• rozpoznaje wyrazy podobne</li> <li>• wyodrębnia wyrazy w sumie algebraicznej</li> <li>• redukuje wyrazy podobne</li> <li>• mnoży sumę algebraiczną przez wyrażenie</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażen algebraicznych jednej lub kilku zmiennych (w bardziej skomplikowanych przypadkach)</li> <li>• zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażen algebraicznych jednej lub kilku zmiennych (w bardziej skomplikowanych przypadkach)</li> </ul>
9.	Mnożenie sum algebraicznych	2	<p>Uczeń:</p> <p>III f.3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażen algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;</p> <p>IV f.4) mnoży dwumian przez dwumian, redukując wyrazy podobne.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• mnoży dwumian przez dwumian</li> <li>• przedstawia iloczyn w najprostszej postaci</li> <li>• wyprowadza proste wzory na pole i obwód figury na podstawie rysunku</li> <li>• zapisuje rozwiązania prostych zadań w postaci wyrażen algebraicznych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje zasady mnożenia dwumianu przez dwumian w wyrażeniach arytmetycznych zawierających pierwiastki</li> <li>• wyprowadza trudniejsze wzory na pole i obwód figury oraz objętość bryły na podstawie rysunku</li> <li>• zapisuje rozwiązania trudniejszych zadań w postaci wyrażen algebraicznych</li> <li>• mnoży trzy czynniki będące</li> </ul>

					dwumianami lub trójmianami
10.	Równania	4	<p>Uczeń:</p> <p>VIIf.1) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą, np. sprawdza, które liczby całkowite niedodatnie i większe od <math>-8</math> są rozwiązaniami równania <math>\frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{2} = 0</math>;</p> <p>VIIf.2) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;</p> <p>VIIf.3) rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;</p> <p>VIIf.4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi;</p> <p>VIIf.5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu).</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste równania liniowe</li> <li>• sprawdza, czy podana liczba jest rozwiązaniem równania</li> <li>• rozwiązuje proste równania liniowe wymagające mnożenia sum algebraicznych i redukcji wyrazów podobnych</li> <li>• rozwiązuje proste zadania tekstowe (także dotyczące procentów) za pomocą równań liniowych</li> <li>• przekształca proste wzory geometryczne i fizyczne</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje skomplikowane równania liniowe</li> <li>• rozwiązuje skomplikowane równania liniowe wymagające mnożenia sum algebraicznych i redukcji wyrazów podobnych oraz zawierających ułamki</li> <li>• rozwiązuje równania, które po przekształceniach sprowadzają się do równań liniowych</li> <li>• rozwiązuje trudniejsze zadania tekstowe (także dotyczące procentów) za pomocą równań liniowych</li> <li>• przekształca skomplikowane wzory geometryczne i fizyczne</li> </ul>
11.	Powtórzenie, sprawdzian, poprawa sprawdzianu	4			
<b>Dział III. FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE (15 godzin)</b>					
12.	Własności kątów	3	<p>Uczeń:</p> <p>VIIIIf.1) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi);</p> <p>VIIIIf.2) przedstawia na płaszczyźnie dwie proste w różnych położeniach względem siebie, w szczególności proste prostopadłe i proste równoległe;</p> <p>VIIIIf.3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych;</p> <p>VIIIIf.6) wykonuje proste obliczenia geometryczne, wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje pojęcia kątów: prostych, ostrych i rozwartych</li> <li>• stosuje pojęcia kątów przyległych i wierzchołkowych, a także korzysta z ich własności (w prostych zadaniach)</li> <li>• stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta (w prostych zadaniach)</li> <li>• w trójkącie równoramiennym przy danym kącie wyznacza miary pozostałych kątów</li> <li>• korzysta z własności prostych równoległych, zwłaszcza stosuje równość kątów odpowiadających</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o wyższym stopniu trudności z wykorzystaniem własności kątów: przyległych, odpowiadających, wierzchołkowych i naprzemianległych</li> <li>• oblicza miary kątów trójkąta (w nietypowych sytuacjach)</li> </ul>

				i naprzemianległych (w prostych zadaniach) <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste zadania z wykorzystaniem własności kątów: przyległych, odpowiadających, wierzchołkowych i naprzemianległych</li> </ul>	
13.	Kąty – zadania	3	Uczeń: VIII f.1) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi); VIII f.3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych; VIII f.6) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych.	Uczeń: • rozwiązuje zadania dotyczące miar kątów, wykorzystując równania liniowe	Uczeń: • rozwiązuje zadania dotyczące miar kątów, w których wynik ma postać wyrażenia algebraicznego
14.	Twierdzenie matematyczne i jego dowód	3	Uczeń: VIII f.8) przeprowadza dowody geometryczne nie trudniejsze niż w przykładach: a) dany jest ostrokątny trójkąt równoramienny $ABC$ , w którym $AC = BC$ . W tym trójkącie poprowadzono wysokość $AD$ . Udowodnij, że kąt $ABC$ jest dwa razy większy od kąta $BAD$ , b) na bokach $BC$ i $CD$ prostokąta $ABCD$ zbudowano, na zewnątrz prostokąta, dwa trójkąty równoboczne $BCE$ i $CDF$ . Udowodnij, że $AE = AF$ .	Uczeń: • wskazuje założenie i tezę w twierdzeniu sformułowanym w formie „jeżeli..., to...” • odróżnia przykład od dowodu	Uczeń: • rozróżnia założenie i tezę w twierdzeniu sformułowanym w dowolny sposób • przeprowadza proste dowody geometryczne z wykorzystaniem miar kątów • uzasadnia nieprawdziwość hipotezy, podając kontrprzykład
15.	Nierówność trójkąta	2	Uczeń: VIII f.5) zna nierówność trójkąta $AB + BC \geq AC$ i wie, kiedy zachodzi równość.	Uczeń: • sprawdza, czy istnieje trójkąt o danych bokach • na podstawie odległości między punktami ocenia, czy leżą one na jednej prostej	Uczeń: • przy danych długościach dwóch boków trójkąta określa zakres możliwej długości trzeciego boku
16.	Powtórzenie, sprawdzian, poprawa sprawdzianu	4			
<b>Dział IV. WIEŁOKĄTY (14 godzin)</b>					
17.	Figury przystające	2	Uczeń: IX.4) rozpoznaje i nazywa: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok i trapez;	Uczeń: • rozróżnia figury przystające • rozwiązuje proste zadania	Uczeń: • uzasadnia przystawanie lub brak przystawania figur

			IX.5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu (...).	związane z przystawianiem wielokątów	(w trudniejszych zadaniach)
18.	Cechy przystawiania trójkątów	3	Uczeń: VIII.f.4) zna i stosuje cechy przystawiania trójkątów.	Uczeń: • stosuje cechy przystawiania trójkątów do sprawdzania, czy dane trójkąty są przystające	Uczeń: • ocenia przystawianie trójkątów (w bardziej skomplikowanych zadaniach)
19.	Przystawianie trójkątów w dowodach twierdzeń	3	Uczeń: VIII.f.4) zna i stosuje cechy przystawiania trójkątów; VIII.f.8) przeprowadza dowody geometryczne nie trudniejsze niż w przykładach: a) dany jest ostrokątny trójkąt równoramienny $ABC$ , w którym $AC = BC$ . W tym trójkącie poprowadzono wysokość $AD$ . Udowodnij, że kąt $ABC$ jest dwa razy większy od kąta $BAD$ , b) na bokach $BC$ i $CD$ prostokąta $ABCD$ zbudowano, na zewnątrz prostokąta, dwa trójkąty równoboczne $BCE$ i $CDF$ . Udowodnij, że $AE = AF$ .	Uczeń: • odróżnia definicję od twierdzenia • analizuje dowody prostych twierdzeń • wybiera uzasadnienie zdania spośród kilku podanych możliwości	Uczeń: • przeprowadza dowody, w których z uzasadnionego przez siebie przystawiania trójkątów wyprowadza dalsze wnioski
20.	Wielokąty foremne	2	Uczeń: IX.f.1) zna pojęcie wielokąta foremnego.	Uczeń: • rozpoznaje wielokąty foremne • oblicza miary kątów wewnętrznych wielokąta foremnego • rozwiązuje proste zadania, wykorzystując podział sześciokąta foremnego na trójkąty równoboczne	Uczeń: • rysuje wielokąty foremne za pomocą cyrkla i kątomierza • rozwiązuje trudniejsze zadania, wykorzystując własności wielokątów foremnych
21.	Powtórzenie, sprawdzian, poprawa sprawdzianu	4			
<b>Dział V. GEOMETRIA PRZESTRZENNA (25 godzin)</b>					
22.	Graniastosłupy	2	Uczeń: X.5) wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi; XI.f.1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy – w tym proste i prawidłowe.	Uczeń: • rozpoznaje graniastosłupy • podaje liczbę wierzchołków, krawędzi i ścian graniastosłupów • wskazuje krawędzie i ściany równoległe w graniastosłupach • rozróżnia graniastosłupy proste i pochyłe	Uczeń: • rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące graniastosłupów • rozwiązuje zadania o wyższym stopniu trudności związane z przekątnymi graniastosłupa

				<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje graniastosłupy prawidłowe</li> <li>• rozwiązuje proste zadania dotyczące graniastosłupów</li> <li>• odróżnia przekątną graniastosłupa od przekątnej podstawy i przekątnej ściany bocznej</li> <li>• oblicza długość przekątnej ściany graniastosłupa</li> </ul>	
23.	Objętość graniastosłupa	3	<p>Uczeń:</p> <p>XIf.2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładowym zadaniu: Podstawą graniastosłupa prostego jest trójkąt równoramienny, którego dwa równe kąty mają po <math>45^\circ</math>, a najdłuższy bok ma długość <math>6\sqrt{2}</math> dm. Jeden z boków prostokąta, który jest w tym graniastosłupie ścianą boczną o największej powierzchni, ma długość 4 dm. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza objętość graniastosłupa o danym polu podstawy i danej wysokości</li> <li>• oblicza objętość graniastosłupa prawidłowego</li> <li>• zamienia jednostki objętości, wykorzystując zamianę jednostek długości</li> <li>• rozwiązuje proste zadania dotyczące obliczania objętości graniastosłupa</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• przedstawia objętość graniastosłupa w postaci wyrażenia algebraicznego</li> <li>• rozwiązuje wieloetapowe zadania dotyczące obliczania objętości graniastosłupa, także w sytuacjach praktycznych</li> </ul>
24.	Pole powierzchni graniastosłupa	3	<p>Uczeń:</p> <p>XIf.2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładowym zadaniu: Podstawą graniastosłupa prostego jest trójkąt równoramienny, którego dwa równe kąty mają po <math>45^\circ</math>, a najdłuższy bok ma długość <math>6\sqrt{2}</math> dm. Jeden z boków prostokąta, który jest w tym graniastosłupie ścianą boczną o największej powierzchni, ma długość 4 dm. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje co najmniej jedną siatkę danego graniastosłupa</li> <li>• oblicza pole powierzchni graniastosłupa na podstawie danych opisanych na siatce</li> <li>• rozwiązuje proste zadania dotyczące obliczania pola powierzchni graniastosłupa</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się różnymi siatkami graniastosłupów; porównuje różne siatki tej samej bryły</li> <li>• rozwiązuje wieloetapowe zadania dotyczące obliczania pola powierzchni graniastosłupa, także w sytuacjach praktycznych</li> </ul>
25.	Ostrosłupy	2	<p>Uczeń:</p> <p>XIf.1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy – w tym proste i prawidłowe.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje ostrosłupy</li> <li>• podaje liczbę wierzchołków, krawędzi i ścian ostrosłupów</li> <li>• rozpoznaje ostrosłupy proste i prawidłowe</li> <li>• rozpoznaje czworościan i czworościan foremny</li> <li>• wskazuje spodek wysokości ostrosłupa</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące ostrosłupów</li> <li>• rozwiązuje wieloetapowe zadania na obliczanie długości odcinków w ostrosłupach</li> </ul>



				<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste zadania dotyczące ostrosłupów</li> <li>• odczytuje dane z rysunku rzutu ostrosłupa</li> <li>• rozwiązuje proste zadania na obliczanie odcinków w ostrosłupach</li> </ul>	
26.	Objętość ostrosłupa	3	<p>XIf.3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładzie:</p> <p>Prostokąt <math>ABCD</math> jest podstawą ostrosłupa <math>ABCDS</math>, punkt <math>M</math> jest środkiem krawędzi <math>AD</math>, odcinek <math>MS</math> jest wysokością ostrosłupa. Dane są następujące długości krawędzi: <math>AD = 10</math> cm, <math>AS = 13</math> cm oraz <math>AB = 20</math> cm. Oblicz objętość ostrosłupa.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza objętość ostrosłupa o danym polu podstawy i danej wysokości</li> <li>• oblicza objętość ostrosłupa prawidłowego</li> <li>• zamienia jednostki objętości, wykorzystując zamianę jednostek długości</li> <li>• rozwiązuje proste zadania dotyczące obliczania objętości ostrosłupa</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza objętość ostrosłupa (w nietypowych przypadkach)</li> <li>• rozwiązuje wieloetapowe zadania dotyczące obliczania objętości ostrosłupa</li> </ul>
27.	Pole powierzchni ostrosłupa	3	<p>XIf.3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładzie:</p> <p>Prostokąt <math>ABCD</math> jest podstawą ostrosłupa <math>ABCDS</math>, punkt <math>M</math> jest środkiem krawędzi <math>AD</math>, odcinek <math>MS</math> jest wysokością ostrosłupa. Dane są następujące długości krawędzi: <math>AD = 10</math> cm, <math>AS = 13</math> cm oraz <math>AB = 20</math> cm. Oblicz objętość ostrosłupa.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• rysuje co najmniej jedną siatkę danego ostrosłupa</li> <li>• oblicza pole powierzchni ostrosłupa na podstawie danych opisanych na siatce</li> <li>• rozwiązuje proste zadania dotyczące obliczania pola powierzchni ostrosłupa</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się różnymi siatkami ostrosłupów; porównuje różne siatki tej samej bryły</li> <li>• rozwiązuje wieloetapowe zadania dotyczące obliczania pola powierzchni ostrosłupa, także w sytuacjach praktycznych</li> <li>• przedstawia pole powierzchni ostrosłupa w postaci wyrażenia algebraicznego</li> <li>• projektuje nietypowe siatki ostrosłupa</li> </ul>
28.	Graniastosłupy i ostrosłupy – zadania	3	<p>XIf.2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładowym zadaniu: Podstawą graniastosłupa prostego jest trójkąt równoramienny, którego dwa równe kąty mają po <math>45^\circ</math>, a najdłuższy bok ma długość <math>6\sqrt{2}</math> dm. Jeden z boków prostokąta, który jest w tym graniastosłupie ścianą boczną</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza objętość graniastosłupa i ostrosłupa o danym polu podstawy i danej wysokości</li> <li>• oblicza objętość graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• przedstawia objętość graniastosłupa i ostrosłupa w postaci wyrażenia algebraicznego</li> <li>• rozwiązuje wieloetapowe zadania dotyczące obliczania objętości graniastosłupa i ostrosłupa</li> </ul>

			o największej powierzchni, ma długość 4 dm. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego graniastopuła; XIf.3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładzie: Prostokąt $ABCD$ jest podstawą ostrosłupa $ABCDS$ , punkt $M$ jest środkiem krawędzi $AD$ , odcinek $MS$ jest wysokością ostrosłupa. Dane są następujące długości krawędzi: $AD = 10$ cm, $AS = 13$ cm oraz $AB = 20$ cm. Oblicz objętość ostrosłupa.	<ul style="list-style-type: none"> <li>zamienia jednostki objętości, wykorzystując zamianę jednostek długości</li> <li>rozwiązuje proste zadania dotyczące obliczania objętości graniastopuła i ostrosłupa</li> <li>oblicza pole powierzchni graniastopuła i ostrosłupa</li> <li>oblicza pole powierzchni graniastopuła i ostrosłupa na podstawie danych opisanych na siatce</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>posługuje się różnymi siatkami graniastopułów i ostrosłupów; porównuje różne siatki tej samej bryły</li> <li>rozwiązuje wieloetapowe zadania dotyczące obliczania pola powierzchni graniastopuła i ostrosłupa, także w sytuacjach praktycznych</li> </ul>
29.	Bryły – zadania	2	XIf.2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastopułów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładowym zadaniu: Podstawą graniastopuła prostego jest trójkąt równoramienny, którego dwa równe kąty mają po $45^\circ$ , a najdłuższy bok ma długość $6\sqrt{2}$ dm. Jeden z boków prostokąta, który jest w tym graniastopuście ścianą boczną o największej powierzchni, ma długość 4 dm. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego graniastopuła; XIf.3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładzie: Prostokąt $ABCD$ jest podstawą ostrosłupa $ABCDS$ , punkt $M$ jest środkiem krawędzi $AD$ , odcinek $MS$ jest wysokością ostrosłupa. Dane są następujące długości krawędzi: $AD = 10$ cm, $AS = 13$ cm oraz $AB = 20$ cm. Oblicz objętość ostrosłupa.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza w prostych przypadkach objętości oraz pola powierzchni brył powstałych z połączenia graniastopułów i ostrosłupów</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza w złożonych przypadkach objętość nietypowych brył</li> <li>oblicza w złożonych przypadkach pola powierzchni nietypowych brył</li> <li>oblicza pole powierzchni i objętość bryły platońskiej</li> <li>rozwiązuje wieloetapowe zadania na obliczanie objętości oraz pola powierzchni ostrosłupa i graniastopuła, także w sytuacjach praktycznych</li> </ul>
30.	Powtórzenie, sprawdzian, poprawa sprawdzianu	4			
<b>Dział VI. POWTÓRZENIE WIADOMOŚCI ZE SZKOŁY PODSTAWOWEJ (23 godzin)</b>					
31.	Liczby wymierne	2	Uczeń: I.2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej; I.5) liczby w zakresie do 3000 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawia w systemie rzymskim;	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje i odczytuje liczby naturalne dodatnie w systemie rzymskim (w zakresie do 3000)</li> <li>rozdziela liczby przeciwne i liczby odwrotne</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o wyższym stopniu trudności dotyczące liczb zapisanych w systemie rzymskim</li> <li>zaznacza na osi liczbowej liczby spełniające podane</li> </ul>

			<p>II.5) porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy lub ilorazu;</p> <p>II.6) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100;</p> <p>II.7) rozpoznaje liczbę złożoną, gdy jest ona jednocyfrowa lub dwucyfrowa, a także gdy na istnienie dzielnika właściwego wskazuje cecha podzielności;</p> <p>II.11) znajduje największy wspólny dzielnik (NWD) i najmniejszą wspólną wielokrotność (NWW) dwóch liczb naturalnych co najwyżej trzycyfrowych metodą rozkładu na czynniki;</p> <p>II.12) rozpoznaje wielokrotności danej liczby, kwadraty, sześciany, liczby pierwsze, liczby złożone;</p> <p>II.14) rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze, co najwyżej trzycyfrowe, w przypadku gdy co najwyżej jeden z tych czynników jest liczbą większą niż 10;</p> <p>III.2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej;</p> <p>III.3) oblicza wartość bezwzględną;</p> <p>IV.11) w sytuacjach praktycznych zaokrągla ułamki dziesiętne do co najwyżej drugiego miejsca po przecinku (zł, gr, m, cm, mm itp.);</p> <p>IV.12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne);</p> <p>V.7) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych, liczb mieszanych i ułamków dziesiętnych, także wymiernych ujemnych z uwzględnieniem reguł dotyczących kolejności wykonywania działań, o stopniu trudności nie większym niż w przykładzie:  <math display="block">-\frac{1}{2} : 0,25 + 5,25 : 0,05 - 7\frac{1}{2} \cdot \left(2,5 - 3\frac{2}{3}\right) + 1,25;</math></p> <p>Xf.1) zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki jak <math>x \geq 1, 5</math> lub taki jak <math>x &lt; -\frac{4}{7}</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza odległość między dwiema liczbami na osi liczbowej</li> <li>• zamienia ułamek zwykły na ułamek dziesiętny okresowy</li> <li>• zaokrągla ułamki dziesiętne</li> <li>• rozwiązuje zadania tekstowe z wykorzystaniem cech podzielności</li> <li>• rozpoznaje liczby pierwsze i liczby złożone</li> <li>• rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze</li> <li>• wykonuje działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych</li> <li>• oblicza wartość bezwzględną</li> <li>• oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych wymagających stosowania kilku działań arytmetycznych na liczbach wymiernych</li> <li>• zaznacza na osi liczbowej liczby wymierne oraz zbiory liczb spełniających warunki</li> </ul>	<p>warunki</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• porównuje liczby wymierne zapisane w różnych postaciach</li> <li>• wyznacza cyfrę znajdującą się na podanym miejscu po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym liczby</li> <li>• rozwiązuje zadania tekstowe o wyższym stopniu trudności z wykorzystaniem cech podzielności</li> </ul>
32.	Praktyczna matematyka	2	<p>XII.3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach;</p> <p>XII.4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach;</p> <p>XII.7) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, dekagram, kilogram, tona;</p> <p>XII.8) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali, oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość;</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste zadania na obliczenia zegarowe</li> <li>• rozwiązuje proste zadania na obliczenia kalendarzowe</li> <li>• odróżnia lata przestępne od lat zwykłych</li> <li>• rozwiązuje proste zadania z wykorzystaniem skali</li> <li>• rozwiązuje proste zadania na</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje wieloetapowe zadania z wykorzystaniem lat przestępnych i zwykłych</li> <li>• rozwiązuje skomplikowane zadania z wykorzystaniem skali</li> <li>• rozwiązuje wieloetapowe zadania na obliczenia pieniędzy</li> </ul>

			XII.9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i czasie, prędkość przy danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s.	obliczanie drogi, prędkości i czasu • rozwiązuje proste zadania na obliczenia pieniężne	• rozwiązuje wieloetapowe zadania na obliczanie drogi, prędkości i czasu
33.	Procenty	2	<p>Uczeń:</p> <p>Vf.2) oblicza liczbę <math>a</math> równą <math>p</math> procent danej liczby <math>b</math>;</p> <p>Vf.3) oblicza, jaki procent danej liczby <math>b</math> stanowi liczba <math>a</math>;</p> <p>Vf.4) oblicza liczbę <math>b</math>, której <math>p</math> procent jest równe <math>a</math>;</p> <p>Vf.5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach dwukrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości;</p> <p>XIII f.1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• w prostych zadaniach oblicza procent danej liczby; ustala, jakim procentem jednej liczby jest inna liczba; ustala liczbę na podstawie danego jej procentu</li> <li>• stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym (podwyżki lub obniżki danej wielkości)</li> <li>• odczytuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania tekstowe o wyższym stopniu trudności dotyczące obliczeń procentowych, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości, także z wykorzystaniem wyrażeń algebraicznych</li> <li>• stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania trudniejszych problemów w kontekście praktycznym</li> <li>• interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych</li> </ul>
34.	Potęgi	1	<p>Uczeń:</p> <p>II.8) oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych;</p> <p>If.1) zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim;</p> <p>If.2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich;</p> <p>If.3) mnoży potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach;</p> <p>If.4) podnosi potęgę do potęgi;</p> <p>If.5) odczytuje i zapisuje liczby w notacji wykładniczej: <math>a \cdot 10^k</math>, gdy <math>1 \leq a &lt; 10</math>, <math>k</math> jest liczbą całkowitą.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza potęgi liczb wymiernych</li> <li>• upraszcza wyrażenia, korzystając z praw działań na potęgach</li> <li>• rozwiązuje proste zadania tekstowe z wykorzystaniem notacji wykładniczej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje wieloetapowe działania na potęgach</li> <li>• rozwiązuje zadania tekstowe o wyższym stopniu trudności z wykorzystaniem notacji wykładniczej</li> </ul>
35.	Pierwiastki	1	<p>Uczeń:</p> <p>II f.1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych;</p> <p>II f.2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki;</p> <p>II f.3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pierwiastki kwadratowe i sześciennie</li> <li>• szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego</li> <li>• upraszcza wyrażenia, korzystając z praw działań na pierwiastkach</li> <li>• włącza liczby pod znak</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza przybliżone wartości pierwiastka</li> <li>• stosuje własności pierwiastków (w trudniejszych zadaniach)</li> <li>• włącza liczby pod znak pierwiastka (w trudniejszych zadaniach)</li> <li>• wyłącza liczby spod znaku pierwiastka (w trudniejszych zadaniach)</li> </ul>

			<p>wartości, na przykład znajduje liczbę całkowitą <math>a</math> taką, że: <math>a \leq \sqrt{137} &lt; a + 1</math>;</p> <p>IIf.4) oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb; wyłącza liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka;</p> <p>IIf.5) mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.</p>	<p>pierwiastka</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>wyłącza liczby spod znaku pierwiastka</li> <li>porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną (proste przykłady)</li> </ul>	<p>zadaniach)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną (trudniejsze przykłady)</li> </ul>
36.	Wyrażenia algebraiczne	2	<p>Uczeń:</p> <p>VI.2) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje proste wyrażenia algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym, na przykład zapisuje obwód trójkąta o bokach: <math>a</math>, <math>a + 2</math>, <math>b</math>;</p> <p>IIIIf.1) zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażenia algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;</p> <p>IIIIf.2) oblicza wartości liczbowe wyrażenia algebraicznych;</p> <p>IIIIf.3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażenia algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;</p> <p>IIIIf.4) zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażenia algebraicznych jak w przykładzie: Bartek i Grześ zbierali kasztany. Bartek zebrał <math>n</math> kasztanów, Grześ zebrał 7 razy więcej. Następnie Grześ w drodze do domu zgubił 10 kasztanów, a połowę pozostałych oddał Bartkowi. Ile kasztanów ma teraz Bartek, a ile ma Grześ?</p> <p>IVf.1) porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne (tzn. różniące się jedynie współczynnikiem liczbowym);</p> <p>IVf.2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, redukując wyrazy podobne;</p> <p>IVf.3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomiany i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany;</p> <p>IVf.4) mnoży dwumian przez dwumian, redukując wyrazy podobne.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>redukuje wyrazy podobne</li> <li>dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, dokonując redukcji wyrazów podobnych</li> <li>mnoży sumy algebraiczne przez jednomiany oraz mnoży dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych</li> <li>przekształca proste wyrażenia algebraiczne, doprowadzając je do najprostszej postaci</li> <li>oblicza wartości prostych wyrażenia algebraicznych</li> <li>zapisuje treść prostych zadań w postaci wyrażenia algebraicznych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca skomplikowane wyrażenia algebraiczne, doprowadzając je do najprostszej postaci</li> <li>zapisuje treść wieloetapowych zadań w postaci wyrażenia algebraicznych</li> </ul>
37.	Równania, proporcjonalność prosta	2	<p>Uczeń:</p> <p>VIIf.1) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą, na przykład sprawdza, które liczby całkowite niedodatnie i większe od <math>-8</math> są rozwiązaniami równania <math>\frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{2} = 0</math>;</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania</li> <li>rozwiązuje proste równania</li> <li>rozwiązuje proste zadania tekstowe za pomocą równań, w tym zadania z obliczeniami procentowymi</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażenia algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą</li> </ul>

			<p>VIIf.2) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;</p> <p>VIIf.3) rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;</p> <p>VIIf.4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi;</p> <p>VIIf.5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć daną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu);</p> <p>VIIIf.1) podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych;</p> <p>VIIIf.2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, np. wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru;</p> <p>VIIIf.3) stosuje podział proporcjonalny.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ocenia, czy wielkości są wprost proporcjonalne</li> <li>• wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej</li> <li>• stosuje podział proporcjonalny (w prostych zadaniach)</li> <li>• przekształca proste wzory, aby wyznaczyć daną wielkość</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje wieloetapowe zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym zadania z obliczeniami procentowymi</li> <li>• przekształca wzory, aby wyznaczyć daną wielkość</li> <li>• rozwiązuje zadania tekstowe o wyższym stopniu trudności z wykorzystaniem podziału proporcjonalnego</li> </ul>
38.	Figury płaskie	3	<p>Uczeń:</p> <p>IX.5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu, rozpoznaje figury osiowoosymetryczne i wskazuje osie symetrii figur;</p> <p>IX.6) wskazuje na rysunku cięciwę, średnicę oraz promień koła i okręgu;</p> <p>IX.7) rysuje cięciwę koła i okręgu, a także, jeżeli dany jest środek okręgu, promień i średnicę;</p> <p>XI.2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków;</p> <p>XI.4) stosuje jednostki pola: mm<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>, dm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup>, km<sup>2</sup>, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń);</p> <p>VIIIIf.1) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi);</p> <p>VIIIIf.3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych;</p> <p>VIIIIf.4) zna i stosuje cechy przystawania trójkątów;</p> <p>VIIIIf.5) zna nierówność trójkąta <math>AB + BC \geq AC</math> i wie, kiedy zachodzi równość;</p> <p>VIIIIf.6) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych;</p> <p>VIIIIf.7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego);</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków</li> <li>• rozwiązuje zadania na obliczanie pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, także w sytuacjach praktycznych</li> <li>• rozwiązuje proste zadania z wykorzystaniem cech przystawania trójkątów</li> <li>• rozwiązuje proste zadania z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa</li> <li>• oblicza miary kątów wierzchołkowych, przyległych i naprzemianległych</li> <li>• oblicza miary kątów wewnętrznych wielokąta</li> <li>• rozwiązuje zadania z wykorzystaniem własności wielokątów foremnych</li> <li>• oblicza w układzie</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o wyższym stopniu trudności na obliczanie pól trójkątów i czworokątów, także w sytuacjach praktycznych</li> <li>• rozwiązuje wieloetapowe zadania z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa</li> <li>• oblicza współrzędne końca odcinka w układzie współrzędnych na podstawie współrzędnych środka i drugiego końca</li> <li>• oblicza pola figur w układzie współrzędnych, dzieląc figury na części lub uzupełniając je</li> <li>• uzasadnia przystawanie trójkątów</li> <li>• uzasadnia równość pól trójkątów</li> <li>• prowadzi dowody z wykorzystaniem miar kątów i przystawania trójkątów</li> </ul>

			<p>VIII.f.8) przeprowadza dowody geometryczne o poziomie trudności nie większym niż w przykładach:</p> <p>a) dany jest ostrokątny trójkąt równoramienny <math>ABC</math>, w którym <math>AC = BC</math>. W tym trójkącie poprowadzono wysokość <math>AD</math>. Udowodnij, że kąt <math>ABC</math> jest dwa razy większy od kąta <math>BAD</math>,</p> <p>b) na bokach <math>BC</math> i <math>CD</math> prostokąta <math>ABCD</math> zbudowano, na zewnątrz prostokąta, dwa trójkąty równoboczne <math>BCE</math> i <math>CDF</math>. Udowodnij, że <math>AE = AF</math>.</p> <p>IX.f.1) zna pojęcie wielokąta foremnego;</p> <p>IX.f.2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków w zadaniach nie trudniejszych niż w przykładach:</p> <p>a) oblicz najkrótszą wysokość trójkąta prostokątnego o bokach długości: 5 cm, 12 cm i 13 cm,</p> <p>b) przekątne rombu <math>ABCD</math> mają długości <math>AC = 8</math> dm i <math>BD = 10</math> dm. Przekątną <math>BD</math> rombu przedłużono do punktu <math>E</math> w taki sposób, że odcinek <math>BE</math> jest dwa razy dłuższy od tej przekątnej. Oblicz pole trójkąta <math>CDE</math>. (Zadanie ma dwie odpowiedzi);</p> <p>Xf.2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie;</p> <p>Xf.4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek;</p> <p>Xf.5) oblicza długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi w układzie współrzędnych.</p>	<p>współrzędnych pola figur w przypadkach, gdy długości odcinków można odczytać bezpośrednio z kratki</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• znajduje środek odcinka w układzie współrzędnych</li> <li>• oblicza długość odcinka w układzie współrzędnych</li> </ul>	
39.	Bryły	3	<p>Uczeń:</p> <p>X.3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów;</p> <p>X.5) wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi;</p> <p>XIf.1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy – w tym proste i prawidłowe;</p> <p>XIf.2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładowym zadaniu: Podstawą graniastosłupa prostego jest trójkąt równoramienny, którego dwa równe kąty mają po <math>45^\circ</math>,</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje siatki graniastosłupów i ostrosłupów</li> <li>• rozwiązuje zadania związane z liczebnością wierzchołków, krawędzi i ścian graniastosłupów i ostrosłupów</li> <li>• oblicza objętości graniastosłupów i ostrosłupów</li> <li>• stosuje jednostki objętości</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o wyższym stopniu trudności dotyczące obliczania objętości oraz pól powierzchni graniastosłupów i ostrosłupów, w tym w sytuacjach praktycznych</li> </ul>

			<p>a najdłuższy bok ma długość <math>6\sqrt{2}</math> dm. Jeden z boków prostokąta, który jest w tym graniastosłupie ścianą boczną o największej powierzchni, ma długość 4 dm. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa; XII.3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładzie: Prostokąt <math>ABCD</math> jest podstawą ostrosłupa <math>ABCDS</math>, punkt <math>M</math> jest środkiem krawędzi <math>AD</math>, odcinek <math>MS</math> jest wysokością ostrosłupa. Dane są następujące długości krawędzi: <math>AD = 10</math> cm, <math>AS = 13</math> cm oraz <math>AB = 20</math> cm. Oblicz objętość ostrosłupa. XI.7) stosuje jednostki objętości i pojemności: <math>\text{cm}^3</math>, <math>\text{dm}^3</math>, <math>\text{m}^3</math>, mililitr, litr.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania na obliczanie pól powierzchni graniastosłupów i ostrosłupów</li> </ul>	
40.	<b>Statystyka i prawdopodobieństwo</b>	2	<p>Uczeń:</p> <p>XIII.1) gromadzi i porządkuje dane</p> <p>XIII.1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania; XIII.2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych; XIII.1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych; XIII.2) tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł; XIII.3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza średnią arytmetyczną</li> <li>odczytuje dane z tabeli, wykresu, diagramu słupkowego i kołowego</li> <li>oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia w prostych przypadkach</li> <li>określa zdarzenia: pewne, możliwe i niemożliwe</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje złożone zadania dotyczące średniej arytmetycznej</li> <li>oblicza średnią arytmetyczną na podstawie diagramu</li> <li>oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia (w trudniejszych zadaniach)</li> <li>przedstawia dane na diagramie słupkowym</li> <li>interpretuje dane przedstawione na wykresie</li> <li>w trudnej sytuacji zadaniowej odpowiada na pytania na podstawie wykresu</li> </ul>
41.	<b>Sposoby rozwiązywania zadań</b>	3	<p>Uczeń:</p> <p>XIV.1) czyta ze zrozumieniem tekst zawierający informacje liczbowe;</p> <p>XIV.2) wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;</p> <p>XIV.3) dostrzega zależności między podanymi informacjami;</p> <p>XIV.4) dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania;</p> <p>XIV.5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>stwierdza, że zadania można rozwiązać wieloma różnymi sposobami</li> <li>opisuje sposoby rozpoczęcia rozwiązania zadania (jak: sporządzenie rysunku czy tabeli, wypisanie danych, wprowadzenie niewiadomej) i stosuje je nawet wtedy, gdy nie jest pewien, czy potrafi rozwiązać zadanie do końca</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>znajduje różne rozwiązania tego samego zadania</li> </ul>



			i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody; XIV.6) weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania np. poprzez szacowanie, sprawdzanie wszystkich warunków zadania, ocenianie rzędu wielkości otrzymanego wyniku; XIV.7) układa zadania i łamigłówki, rozwiązuje je; stawia nowe pytania związane z sytuacją w rozwiązany zadaniu.	<ul style="list-style-type: none"> <li>planuje rozwiązanie złożonego zadania tekstowego</li> <li>rozwiązuje zadania tekstowe</li> </ul>	
<b>Dział VII. KOŁA I OKRĘGI. SYMETRIE (14 godzin)</b>					
<b>42.</b>	Długość okręgu <b>(DO REALIZACJI PRZED EGZAMINEM)</b>	3	<p>Uczeń:</p> <p>XIVf.1) oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy; XIVf.2) oblicza promień lub średnicę okręgu o danej długości okręgu.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje proste zadania na obliczanie długości okręgu</li> <li>rozwiązuje proste zadania na obliczanie promienia i średnicy okręgu</li> <li>oblicza wartość wyrażeń zawierających liczbę <math>\pi</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje wieloetapowe zadania na obliczanie długości okręgu</li> <li>rozwiązuje wieloetapowe zadania na obliczanie długości okręgu w sytuacji praktycznej</li> </ul>
<b>43.</b>	Pole koła <b>(DO REALIZACJI PRZED EGZAMINEM)</b>	3	<p>Uczeń:</p> <p>XIVf.3) oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy; XIVf.4) oblicza promień lub średnicę koła o danym polu koła.</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole koła (w prostych przypadkach)</li> <li>oblicza promień koła przy danym polu (w prostych przypadkach)</li> <li>oblicza obwód koła przy danym polu (w prostych przypadkach)</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole figury z uwzględnieniem pola koła</li> <li>rozwiązuje wieloetapowe zadania na obliczanie pola koła w sytuacji praktycznej</li> </ul>
<b>44.</b>	Długość okręgu i pole koła – zadania <b>(DO REALIZACJI PRZED EGZAMINEM)</b>	3	<p>XIVf.1) oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy; XIVf.2) oblicza promień lub średnicę okręgu o danej długości okręgu; XIVf.3) oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy; XIVf.4) oblicza promień lub średnicę koła o danym polu koła.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje przybliżoną wartość odpowiedzi w zadaniach z kontekstem praktycznym</li> <li>rozwiązuje proste zadania tekstowe z wykorzystaniem długości okręgu i pola koła</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje wieloetapowe zadanie na obliczanie obwodu i pola koła w sytuacjach praktycznych</li> <li>oblicza pole i obwód figury powstałej z kół o różnych promieniach</li> </ul>
<b>45.</b>	Oś symetrii i środek symetrii	2	<p>Uczeń:</p> <p>XVf.3) rozpoznaje figury osiowo-symetryczne i wskazuje ich osie symetrii oraz uzupełnia figurę do figury osiowo-symetrycznej przy danych: osi symetrii figury i części figury; XVf.4) rozpoznaje figury środkowo-symetryczne i wskazuje</p>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje osie symetrii figury</li> <li>rozpoznaje wielokąty osiowo-symetryczne</li> <li>rozpoznaje wielokąty środkowo-symetryczne</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>znajduje punkt symetryczny do danego względem danej osi</li> <li>podaje liczbę osi symetrii figury</li> <li>uzupełnia rysunek tak, aby</li> </ul>

			ich środki symetrii.	<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje środek symetrii w wielokątach foremnych</li> <li>uzupełnia rysunek tak, aby nowa figura miała oś symetrii</li> </ul>	nowa figura miała środek symetrii
46.	Symetralna odcinka i dwusieczna kąta	2	XVf.1) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta; XVf.2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta jak w przykładzie: Wierzchołek $C$ rombu $ABCD$ leży na symetralnych boków $AB$ i $AD$ . Oblicz kąty tego rombu.	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje symetralną odcinka</li> <li>rozwiązuje proste zadania, wykorzystując własności symetralnej</li> <li>rozpoznaje dwusieczną kąta</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje skomplikowane zadania z wykorzystaniem własności symetralnej</li> <li>rozwiązuje zadania z wykorzystaniem własności dwusiecznej kąta</li> </ul>
47.	Powtórzenie	1			